Contribution à l'évaluation d'un patrimoine iconographique
en vue d'applications aux pays d'Afrique subsaharienne
Mesure des disparités temporelles

par Stéphane Richemond*

Cet article est le premier d'une série consacrée à l'évaluation d'un patrimoine iconographique.

Nous avons conscience qu'il surprendra et paraîtra sans doute abstrait et difficile à certains de nos lecteurs, dans la mesure où il mobilise des données mathématiques, alors que notre Bulletin *est plutôt situé sur une approche plus historique, littéraire, liée aux* **sciences humaines et sociales.** *Néanmoins, aujourd'hui les sciences humaines utilisent régulièrement des outils et modèles mathématiques, statistiques, appartenant aux* **sciences "exactes".** *Il nous a donc paru intéressant et utile de publier cette contribution.*

J. M. Andrault

Nous proposons d'appeler **patrimoine iconographique d'un pays** l'ensemble des images (dessins, peintures, photographies, cartes postales...) identifiables comme appartenant au pays considéré même si elles ne sont pas à la disposition du public. Ainsi, font partie du patrimoine iconographique l'ensemble des images appartenant aux bibliothèques, iconothèques, centres d'archives, collections privées, albums de famille souvent oubliés dans des greniers… tant dans le pays concerné qu'en dehors de celui-ci. Bien entendu, il serait heureux qu'il soit important et le plus accessible possible.

Trois caractères semblent prioritaires pour contribuer à définir une image : **la période *P*, le lieu (ou la région) *R*, le thème *T***. Selon le caractère, la population d'images couvre toujours de façon inégale le pays considéré et nous nous intéressons à quantifier les disparités de la couverture iconographique. Bien entendu, le patrimoine iconographique est souhaité « harmonieusement distribué » selon les modalités des caractères étudiés.

Voici quelques exemples de disparités :

Disparités temporelles : En général, les premières images d'Afrique subsaharienne ont eu pour origine l'exploration, la conquête, l'installation de l'administration coloniale. La création tardive de la colonie de Haute-Volta explique que les images de la période [1900, 1920] soient plus rares sur l'actuel territoire du Burkina Faso que celles de la période [1920, 1940] alors que c'est l'inverse pour le Mali.

Disparités régionales : En Afrique subsaharienne, les premières photographies étaient prises par des Européens, pour des Européens, d'où le manque de couverture des régions où ils n'étaient pas ou peu présents. Ainsi les photographies anciennes des villes Ouahigouya, Dori, Gorom-Gorom, en Haute-Volta, sont beaucoup plus rares que celles de Bobo-Dioulasso ou Ouagadougou, même en rapportant leur nombre aux populations respectives de ces villes en leur temps. Nous pouvons aussi évoquer la mission de délimitation des territoires de la Gold Coast et de la Côte d'Ivoire par Binger, accompagné du photographe Marcel Monnier qui prit plus de 1000 clichés de l'est de la Côte d'Ivoire en 1891 et 1892. Peu de régions d'Afrique disposent d'un tel trésor iconographique durant ces années-là.

Disparités thématiques : Les Pères Blancs, les Pères Spiritains et ceux des Missions africaines de Lyon ont pris de nombreuses photographies. Celles-ci, souvent éditées en cartes postales, étaient destinées à faire connaître leurs actions en Afrique, à susciter des vocations, à obtenir des aides… Il en résulte une disproportion importante des représentations de la vie chrétienne et de la vie musulmane. Nous avons recherché durant plusieurs années des images de Lomé durant le Mandat de la SDN (1920-1945). Sur environ 700 images, plus d'une centaine concernait la vie catholique mais nous n'en avons trouvé aucune concernant le culte musulman, ne serait-ce que la mosquée du Zongo, alors que des communautés haoussa, yorouba et kotokoli étaient très présentes à Lomé.

Par ailleurs, les caractères ne sont pas indépendants les uns des autres[1]. On peut donc être amené à leur étude simultanée.

***** srichemond@hotmail.com

[1] Le chemin de fer ne peut être photographié que dans les régions où il passe, et seulement au cours de périodes postérieures à sa construction. Pour ces raisons, on comprend que la corrélation des caractères est incontournable.

L'analyse que nous développerons doit nous permettre de mettre en évidence les disparités temporelles et régionales, voire thématiques, de l'iconographie d'un pays et de proposer une mesure de ces disparités, ce qui permettrait de s'en faire une idée globale et de comparer celles de différents pays. Elle nécessite que la population d'images à notre disposition représente l'iconographie du pays de façon presque exhaustive. Une analyse plus approfondie serait nécessaire si nous ne disposions que d'un échantillon d'images auquel cas il faudrait traiter les différentes proportions comme des variables aléatoires.

I - Généralités et notations

La période, le lieu et le thème d'une image sont des caractères qualitatifs qui ne se prêtent pas aux calculs, de moyenne par exemple. Ils peuvent en revanche donner lieu à des représentations graphiques (diagrammes en bâtons, diagrammes en camembert, …).

Une image peut, selon le caractère considéré, avoir plusieurs modalités. On peut décomposer l'intervalle de temps étudié (1860-1960, par exemple) en m sous-périodes P_i (de dix ans, avec m=10). De même le pays peut être partagé en p régions R_j. On peut considérer que le nombre de thèmes T_k possibles est égal à q. On note E l'étendue de l'intervalle de temps considéré.

Les modalités des caractères *P*, *R* et *T* doivent être incompatibles en ce sens qu'une image ne peut posséder à la fois deux modalités d'un même caractère[2]. Elles doivent être exhaustive ce qui signifie qu'à chaque image on peut associer une modalité, et bien sûr une seule du fait de leur incompatibilité[3].

Les modalités régionales et temporelles d'une image donnée sont uniques, mais peuvent être imprécises, en ce sens que si une image ne peut appartenir qu'à une seule période et une seule région, leur identification peut être difficile et incertaine[4]. Une image peut être plurithématique.

On notera N la taille de la population d'images et n_{ijk} (respectivement $f_{ijk} = n_{ijk}/N$) le nombre (respectivement la proportion) d'images possédant à la fois la modalité P_i de *P*, R_j de *R* et T_k de *T*. Ainsi, on peut représenter les effectifs ou les proportions de la population d'images dans un tableau à triple entrée ce qui ne donne pas une visualisation claire mais se prête au traitement informatique.

II - Descriptions marginales[5] d'une population d'images

On peut étudier une population d'images sous l'angle de deux caractères : le lieu et la période par exemple. Dans ce cas, on ne prendra pas en compte la distribution thématique des images.

On notera $n_{ij.}$ (respectivement $f_{ij.}$) le nombre (respectivement la proportion) des images qui possèdent à la fois la modalité P_i du caractère P et la modalité R_j du caractère R, une sommation ayant été effectuée sur l'indice k. On a ainsi :

$$f_{ij.} = \sum_{k=1}^{q} f_{ijk} \; ; \; f_{i.k} = \sum_{j=1}^{p} f_{ijk} \; ; \; f_{.jk}i = \sum_{i=1}^{m} f_{ijk} \; ; \text{ de même } f_{i..} = \sum_{k=1}^{q}\sum_{j=1}^{p} f_{ijk} \text{ ainsi que } \sum_{i=1}^{m} f_{i..} = 1$$

les points signifiant que l'on a effectué une sommation sur les indices manquants.

On peut alors ranger les effectifs ou proportions dans un tableau à double entrée :

	R_1	R_2		R_j		R_p	$f_{i..}$
P_1	$f_{11.}$	$f_{12.}$		$f_{1J.}$		$f_{1p.}$	$f_{1..}$
P_2	$f_{21.}$	$f_{22.}$		$f_{2i.}$		$f_{2p.}$	$f_{2..}$
P_i	$f_{i1.}$	$f_{i2.}$		$f_{ij.}$		$f_{ip.}$	$f_{i..}$
P_m	$f_{m1.}$	$f_{m2.}$		$f_{mj.}$		$f_{mp.}$	$f_{m..}$
$f_{.j.}$	$f_{.1.}$	$f_{.2.}$		$f_{.j.}$		$f_{.p.}$	1

On obtiendrait des tableaux analogues pour les couples (P_i, T_k) et (R_j, T_k).

Nous ne saurions trop insister sur l'intérêt de ces tableaux qui permettent de visualiser en un coup d'œil les périodes, régions ou thèmes sur ou sous-représentés. Notons que l'on doit y porter toutes les modalités observables et non pas uniquement celles qui ont été observées.

[2] Cela sous-entend que nous classerons les images en conséquence. Par exemple une photographie représentant une fête de baptême devant une église pourra être traitée comme deux demi-images ou deux images, la première classée comme « Bâtiment religieux », la seconde comme « Fête religieuse ».

[3] Ceci peut s'écrire, pour le caractère *P*, par exemple :

$$\forall\, i, \forall i' \in \{1, 2, ..., m\},\ i \neq i' \Rightarrow P_i \cap P_{i'} = \phi, \text{ (où } \phi \text{ est l'ensemble vide) et } \bigcup P_i = E$$

[4] Nous ne nous intéresserons pas ici au traitement des images dont les modalités ne sont pas identifiables.

[5] Les distributions marginales concernent la population totale contrairement aux distributions conditionnelles.

On a donc ainsi défini trois distributions marginales à deux caractères. On peut de même étudier la population d'images, sous l'angle des seuls caractères *P*, *R* ou *T*. Le tableau représentant la distribution marginale de *P* est le suivant :

i	1	2		i		m	…
i..	1..	2..		i..		m..	

En procédant de même pour les caractères *R* et *T*, on définit donc trois distributions marginales à un caractère[6].

III Mesure des disparités temporelles de la couverture iconographique

Il est aisé de mesurer les disparités temporelles ou régionales[7]. Il l'est moins de mesurer les disparités thématiques. En effet, il est difficile de définir une distribution thématique idéale et il n'y a pas de raison de donner le même poids à toutes les modalités thématiques.

Il s'agit de mesurer l'écart de la distribution d'images selon le caractère *P* et la distribution idéale où chaque période P_i, supposée de même longueur, aurait donné lieu à la même quantité d'images soit N/n au lieu de $n_{i..}$. Pour chaque période P_i, l'écart entre le nombre réel et le nombre idéal d'images est : $e_i = n_{i..}$-N/m. On a bien entendu :

$$\sum_{i=1}^{m} e_i = 0$$

$\frac{N}{m}$ n'étant autre que le nombre moyen d'images par période.

Nous pouvons mesurer l'écart entre la distribution d'images et la distribution idéale par l'indicateur suivant que nous appellerons indice de disparité temporelle[8] :

$$E_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(f_{i..} - \frac{1}{m})^2}$$

IV Traitement des données en cas de collections d'images incomplètes

L'iconographie d'un pays est toujours en partie inconnue. Quand elle est peu importante, ce qui est le cas de certains pays africains, il est possible de réaliser des collections d'images qui soient « presque exhaustive ». Si la collection d'images dont nous disposons est de quelques centaines d'unités, alors nous sommes éloignés de l'exhaustivité souhaitée et les calculs proposés ne sont que des estimations.

Supposons par exemple que nous souhaitions avoir des informations sur le patrimoine iconographique d'un pays à partir d'une collection de 250 images, alors que l'exhaustivité en exigerait une dizaine de milliers. Une façon de procéder serait de considérer que notre collection est un échantillon aléatoire[9] prélevé dans la population totale. Ceci ne sera possible que si la constitution de la collection n'a pas obéi à des critères particuliers autres que l'appartenance au pays considéré.

[6] On peut étudier la population d'images sous l'angle de deux caractères, *P* et *R* par exemple, la modalité T_k du troisième étant fixée. La distribution correspondante de *P* et *R* est dite « distribution conditionnelle (P_i, R_j) liée par $T=T_k$ ». On peut donc étudier q distributions conditionnelles (P_i, R_j).

[7] Pour ce qui concerne les disparités régionales, il est délicat de définir une distribution idéale de référence par rapport à laquelle il conviendrait de mesurer la distance à la distribution étudiée. Il vient naturellement à l'idée de fixer des proportions d'images de la distribution idéale qui soient égales à celles des populations correspondant à chaque région, ou encore à l'aire de la région rapportée à la superficie du pays.

[8] Nous aurions pu aussi retenir la formule : $E_P = \sum \left| f_{i..} - \frac{1}{m} \right|$ mais elle ne se prête pas bien aux calculs formels du fait de la présence de valeurs absolues. C'est d'ailleurs cet argument qui fait que l'écart-type est préféré à l'écart absolu moyen.

[9] Idéalement, chaque image devrait avoir la même probabilité d'occurrence ce qui n'est bien sûr pas le cas.

Supposons que nous nous intéressions à l'estimation de la proportion d'images p_i de la période P_i de la population totale à partir de cet échantillon aléatoire de n unités. Il est clair que si nous prenons au hasard une image dans la population totale, celle-ci aura une probabilité p_i d'appartenir à la période P_i et une probabilité $1-p_i$ de ne pas lui appartenir. Répétons l'expérience n fois afin d'obtenir un échantillon. Notons f_i la proportion d'images de l'échantillon appartenant à la période P_i. Cette proportion est une variable aléatoire, car elle prendrait une valeur différente et inconnue d'avance pour chaque échantillon aléatoire de taille n. Cette proportion f_i, destinée à estimer la proportion inconnue p_i, suit une loi de probabilité binomiale[10] $B(n, p_i)$. Elle est un estimateur sans biais et convergent[11] de p_i. Son espérance mathématique et sa variance sont données par :

$$\mathrm{E}(\mathrm{f_i}) = \mathrm{p_i} \text{ et } \mathrm{V}(\mathrm{f_i}) = \frac{\mathrm{p_i}(1-\mathrm{p_i})}{\mathrm{n}}$$

Nous aimerions avoir aussi une estimation de l'indice de disparité temporelle de la population à l'aide d'un calcul effectué sur échantillon. L'indice de disparité temporelle de la population est défini par :

$$\mathrm{E_P} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(\mathrm{p_i} - \frac{1}{m})^2}$$

où les p_i sont les proportions inconnues des images de la population qui appartiennent à la période P_i.

L'indice de disparité temporelle de l'échantillon :

$$\mathrm{E_P^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m}(\mathrm{f_i} - \frac{1}{m})^2}$$

est une variable aléatoire.

On montre[12] que le biais de $\mathrm{E_P^{*2}}$ est très faible et l'estimateur est asymptotiquement sans biais. De même la variance de l'estimateur tend vers 0 quand n croît. On en déduit que $\mathrm{E_P^{*2}}$ est un estimateur convergent de $\mathrm{E_P^2}$. Il en résulte que $\mathrm{E_P^*}$ est un estimateur convergent de $\mathrm{E_p}$.

Nous calculerons donc la valeur prise par $\mathrm{E_P^*}$ pour estimer celle inconnue de $\mathrm{E_p}$.

---

[10] C'est plutôt un tirage sans remise qui correspond à la réalité. Il conduirait à une loi hypergéométrique, plus efficace car de variance inférieure à celle de la loi binomiale qui, en revanche, est plus simple d'utilisation. La variable aléatoire binomiale X a pour loi de probabilité $Pr(X=k)= C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

[11] L'absence de biais signifie que l'espérance mathématique de l'estimateur est égale à la caractéristique à estimer. La convergence en probabilité de l'estimateur est établie car lorsque n augmente, sa variance tend vers 0, de même que son biais.

[12] Écrivons :

$$\mathrm{E_P^{*2}} = \sum_{i=1}^{m}(\mathrm{f_i} - \frac{1}{m})^2 = \sum_{i=1}^{m}((f_i - p_i) + \left(p_i - \frac{1}{m}\right))^2$$

Développons :

$$\mathrm{E_P^{*2}} = \sum_{i=1}^{m}(f_i - p_i)^2 - 2\sum_{i=1}^{m}(f_i - p_i)\left(p_i - \frac{1}{m}\right) + \sum_{i=1}^{m}(p_i - \frac{1}{m})^2$$

Prenons l'espérance mathématique de cette expression, il vient, compte tenu de $E(f_i-p_i) = 0$:

$$\mathrm{E}(\mathrm{E_P^{*2}}) = \sum_{i=1}^{m}\mathrm{E}((\mathrm{f_i} - \mathrm{p_i})^2) + \mathrm{E_P^2}$$

Or $\mathrm{E}((\mathrm{f_i} - \mathrm{p_i})^2) = \mathrm{V}(\mathrm{f_i}) = \frac{\mathrm{p_i}(1-\mathrm{p_i})}{\mathrm{n}}$. Il en résulte que :

$$\mathrm{E}(\mathrm{E_P^{*2}}) = \frac{1-\sum \mathrm{p_i^2}}{\mathrm{n}} + \mathrm{E_p^2} < \mathrm{E_p^2} + \frac{1}{\mathrm{n}} \# \mathrm{E_p^2}$$

Le biais $\mathrm{B}(\mathrm{E_P^{*2}}) = \mathrm{E}(\mathrm{E_P^{*2}}) - \mathrm{E_P^2}$ est inférieur à $\frac{1}{\mathrm{n}}$